

# 神戸市外国語大学 学術情報リポジトリ

## Economic theories of committees

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2011-11-30 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 森谷, 文利 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://kobe-cufs.repo.nii.ac.jp/records/811">https://kobe-cufs.repo.nii.ac.jp/records/811</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



# 会議の経済理論(1)

森 谷 文 利

## 1 はじめに

会議は多くの組織で利用される一般的な意思決定方法である。例えば、日銀における金融政策決定会合、政府組織における審議会や委員会、会社における取締役会、陪審制における評議など枚挙にいとまがない。しかし、より詳細にみると会議の人数やその議決方法は場面によって大きく異なる。例えば、1996年時点における日本企業の取締役人数はトヨタ自動車が55人、日立が33人、日本石油が16人である（平田、2003）。アメリカの陪審制では連邦裁判所の評議が原則12人であるのに対し、州によって人数が異なる。また、決定方法を見ても、有罪・無罪の評決に全会一致を求める場合もあれば、12人のうち10人の多数決で決められる場合もある。取締役会の決議では会社法上過半数の賛成が必要である（会社法369条1項）。

では、どのような要因によってこのような多様な会議のデザインが決まるのだろうか。本論文の目的は、この問題に関する最近の理論研究を選択的にレビューするとともに、既存研究の問題点を指摘することにある。もちろん、紙面と能力の制約のため、すべての結果を網羅できない。そこで、本論文では次の二つの観点から、対象となる論文を限定する。

第一に、会議のデザインの問題としてメンバーの人数と決定ルールの関係に注目する。理由は二つある。一つは、これらが応用上基本的なデザイン変数である点である。例えば、森田（2011）では、「日本企業の取締役会は非常に多く（例えば20名から40名）の取締役で構成されていることが多く、

(中略) 取締役が形骸化してしまっているのではないかとの批判がしばしば寄せられていた」(p.51) とし、会議の規模に言及している<sup>1</sup>。先の陪審制のように決定ルールも多様である。第二の理由は、情報の集約に注目する既存研究において、最適決定ルールの下での最適な人数が応用可能な形で明らかになっていないためである。詳細は本論全体で述べるが、標準モデルに内在する影響の多様性に原因があるようである。要するに、応用上重要な変数にかかわらず、応用可能な標準モデルが構築されていない点に問題があると考えているため、本稿ではこの二つの変数に関心を絞る。

第二に、会議を、「事前に定められた拘束力のあるルールに従って (pre-committed rule)、会議のメンバー全体の利得に影響をもたらす事柄について (Public)、意思決定を行うこと」と考え、その役割を分散した情報の集約<sup>2</sup>とする。この定義は取締役会などの現実に観察される会議の一側面を反映している。例えば日本の取締役会(取締役設置会社の場合)は、会社の業務執行に関する意思決定をなす機関であり、「取締役全員の協議により適切な意思決定がなされることが期待」(江頭, 2009, p.381) されている。取締役が保有している情報の集約は、適切な経営判断を実現するために必要なものの一つであり、この意味で取締役会は本稿の考える会議と制度上は対応する<sup>3</sup>。もちろん、会議のすべての側面をとらえていないことには注意が必要である。例えば、意思決定を伴わない「ガス抜き」のための会議や、情報交換を目的とせず手続き上の理由から開催されるものはこの定義に当てはまらない。

---

1 同論文は決定ルールについても言及している。「情報獲得を怠けることは事後的に対会社責任(会社法423条1項)を追及されることにつながりかねないことをかんがみれば、取締役会においては厳しめの多数決ルールを採用することには一定の合理性があると考えられる」(p.52)

2 この分野の先駆的研究である Condorcet (1785) 及び Black (1958) に基づく。

3 日本の取締役会が形骸化しているという指摘もあるため、実質的な意味で対応しているかは慎重な分析が必要である。ただし、形骸化を理由として本稿の定義と対応しないと結論付けることはできない。もし、形骸化が、「意見交換によって情報集約が期待されているにもかかわらず、情報集約が行われないこと」を指すのであるならば、その原因の特定は本稿のモデルの目的の一つであるからである。

本稿と既存研究の関係を整理しよう。本稿と同様の会議の定義を採用しているレビュー論文として、Gerling et al. (2005) と Li and Suen (2009) がある。これらの論文は情報構造を単純化し、多くのデザイン変数についてサーベイしている。他方、本論文は標準モデルに内在する問題点に関心があるため、多くの既存研究に近い複雑なモデルを採用している。また、情報の集約（伝達）は、メカニズム・デザイン、チープトーク、シグナリングモデルなどの理論モデルで分析されている<sup>4</sup>。本稿の対象とする会議は、事前に定めた決定ルールに拘束力があるため、メカニズム・デザインの文献に位置付けられる<sup>6</sup>。メカニズム・デザインのモデルの中でも、(i) エージェントが複数、(ii) 意思決定に外部性がある、(iii) エージェントの私的情報に関連のあるものと対応する。但し、Li and Suen (2009) が指摘しているように、多くのメカニズム・デザインの研究において、情報集約のためのインセンティブは金銭移転によって調整されている。現実の会議では金銭移転はあまり観察されないため、本稿では金銭移転は導入しない。この点が本稿のモデルの重要な特徴の一つである。

本稿の構成は以下の通りである。第2節では分析の基本となるモデルを設定する。次に、ベンチマークとしてコンドルセの陪審定理を紹介する。この陪審定理は、(i) 会議のメンバーが自身の私的情報に基づいて投票を行う、(ii) 追加的費用なしに会議のメンバーは情報を獲得できる、という仮定に基づいている。そのため、(i) を緩和した場合を第4節で取り扱い、(ii) を緩和した場合を第5節で取り扱う。第6節は (i) と (ii) を緩和した場合を分析する。

---

4 Li and Suen (2009) では、この二つの特徴に加えて、会議メンバーのインセンティブについての条件がある。本稿の定義にこの条件がない理由は、インセンティブ問題を捨象した非戦略的アプローチの文献を含めるためである。

5 投票などの事前に決められたルールに基づいて選好を集約する研究は本稿の対象外である。Brams and Fishburn (2002) を参照。

6 多様なアプローチで研究が進められており、メカニズム・デザインのアプローチのみに依拠しているわけではない。例えば、Gilligan and Krehbiel (1989) ではチープトークモデルに基づいて分析している。

## 2 モデル

$n$  人のメンバーが会議を開き、意思決定  $d \in D$  を行う状況を考えよう。例えば、複数の陪審員が被告の犯罪の有無を判断する評議や、特定のテーマについて複数の委員が参加する審議会がこれに当てはまる。ここで選択肢  $D \equiv \{0, 1\}$  は 2 つとする。評議の場合、有罪判決 ( $d = 1$ ) か無罪判決 ( $d = 0$ ) である。

■**選好** 会議に参加するメンバーの効用は、環境の状態  $s \in S \equiv \{I, G\}$  と決定  $d \in D$  に応じて次のように定める。

$$u(d, s, x) = \begin{cases} -\lambda_1(x) & \text{if } d = 1 \text{ and } s = I \\ -\lambda_2(x) & \text{if } d = 0 \text{ and } s = G \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ここで、 $\lambda_1(x)$ 、 $\lambda_2(x)$  は環境に適合しない意思決定による費用であり、メンバーごとの選好の差異を表すパラメーター  $x$  に依存している。陪審制の場合では、誤判決の費用と対応している。被告が本当に犯罪を行っていない場合に ( $s = I$ ) 有罪判決を下す ( $d = 1$ ) と冤罪が発生してしまう ( $\lambda_1(x)$ )、逆に、犯罪を行った被告 ( $s = G$ ) に無罪判決を下す ( $d = 0$ ) と、犯罪者を野放しになってしまうという問題が起きる ( $\lambda_2(x)$ )。いずれを重視するかは陪審員によって異なっているので、それぞれの費用の大きさは、選好に関するパラメーター  $x$  に基づいている。なお、会議のメンバーに加えて会議の設計者を想定し、そのパラメーターを  $\bar{x}$  とする。意思決定が環境に適合的である場合には費用は発生しない。

■**情報構造** 環境の真の状態  $s$  が観察可能であれば、常に真の状態に応じた意思決定が行える。しかし、 $s$  が常に観察可能かというとはそうではない。

刑事裁判で被告が本当に犯罪を犯したかどうかはわからない場合が多いし、企業内では何が適切な意思決定かわからない状況もままある。そこで、環境の状態  $s$  はメンバー全員に観察不可能であると仮定し、それぞれのメンバーは私的情報を入手すると考えよう。つまり、メンバー  $j$  はシグナル  $\sigma^j \in \Sigma \equiv \{I, G\}$  のみを観察できると仮定する。私的情報の組を  $\sigma = (\sigma^1, \dots, \sigma^n)$  とし、 $s$  が発生する確率を  $g(s)$ 、 $s$  と  $\sigma$  が実現する結合確率を  $f(\sigma, s)$  とする。ここで、すべての  $j, \sigma^{-j}$  について  $1 > f(\sigma^j = G | \sigma^{-j}, s = G) > 1/2$  かつ  $1 > f(\sigma^j = I | \sigma^{-j}, s = I) > 1/2$  であると仮定する。これは、真の状態が有罪である時に、有罪のシグナルを受け取る確率が高いことを意味するとともに、シグナルは真の状態を伝えていない可能性も存在することを意味している。

■メカニズム ここまで、意思決定が真の状態  $s$  に対応しなければならず、 $s$  に関する情報  $\sigma$  が会議のメンバーに分散して存在する状況を想定した。したがって、本モデルにおける会議設計の目的は、このように分散した情報の集約し、情報を反映した意思決定を行うことにある。

このように非対称情報が存在した場合、(i) それぞれのメンバーが私的情報に基づいてメッセージを同時に報告する、(ii) そのメッセージに基づいて決定を下す、というゲームを考える必要がある<sup>7</sup>。  $M$  をメッセージ空間とし、メンバー  $j$  の戦略を  $m^j : \Sigma \rightarrow M$  とする。なお、混合戦略も許容し、 $\sigma^j$  を観察した時に  $m^j$  を申告する確率を  $\pi^j(m^j | \sigma^j)$  とする。シグナルの組み合わせ  $\sigma$  を所与としたとき、メッセージの組み合わせ  $m = (m^1, \dots, m^n)$  が実現する確率を、 $\pi(m | \sigma)$  とする (つまり、 $\pi(m | \sigma) = \pi^1(m^1 | \sigma^1) \times \dots \times \pi^n(m^n | \sigma^n)$ )。このメンバーが報告した  $m$  に基づいて決定が行われるので、決定ルールを  $d(m)$  とする。直接表明原理より、メッセージ空間の要素の数は一般性を失うことなく、私的情報の数 (すなわち、2 個) に限定で

7 伊藤 (2003) 参照。

きるので、 $M$  は  $\{G, I\}$  とする。

最も一般的なこのメカニズムは、現実で観察される多数決ルールを含んでいる。現実で観察される標準的なルールは、(i) それぞれのメンバーが二つの選択肢  $D$  のいずれかに投票し、(ii) その票数によって  $d$  を選択する、というものだろう。この手順 (i) と (ii) は前の手順 (i) と (ii) とそれぞれ対応している。 $m^j = G$  を有罪  $d = 1$  への投票、 $m^j = I$  を無罪  $d = 1$  への投票と解釈すると、メンバーのメッセージ戦略と投票行動は一致する。<sup>8</sup>

他方、決定ルール  $d(m)$  の限定された一部が多数決ルールになっている。投票の組を  $(m^1, \dots, m^n)$  とすると、閾値投票ルール (threshold voting rule) とは次の通りである。

$$d(r) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{\#\{j | m^j = G\}}{n} \geq r \\ 0 & \text{if } \frac{\#\{j | m^j = G\}}{n} < r \end{cases}$$

ここで、 $\#\{j | m^j = G\}$  は選択肢 1 の票数であり、 $r$  は 1 を選択するための票の割合を示している。例えば、会議のメンバーが 9 人で過半数ルール  $r = 1/2$  を考えてみよう。この時上記のルールは、5 人以上の人が 1 に票を入れれば有罪が選択されるし、そうでなければ無罪が選択されることを意味している。後で議論するように、この閾値投票ルールは最適な意思決定ルールとは限らない。

■ **タイミング** 本ゲームのタイミングは以下の通りである。

1. 会議設計者が決定ルール  $d(m^1, \dots, m^n)$  とメンバーの人数  $n$  を選択する。
2. 観察後、それぞれのメンバーは  $\sigma^j$  を私的に観察。

<sup>8</sup> 本モデルの場合、選択肢の数 ( $\#D$ ) と私的情報の数 ( $\#\Sigma$ ) が一致しているため、このように対応させられる。もし、私的情報の数が選択肢の数を上回った場合には、対応させることができない。

3. メンバーが投票 ( $m$ ) を行う。
4. メカニズムに基づいて  $d$  が選択される。

### 3 非戦略的アプローチ

本節では、会議メンバーの戦略的な投票行動を無視し、最適な決定ルールと人数を考えてみよう。つまり、会議のメンバーが自身の私的情報を正直に伝達することという仮定である。

**仮定 1.** (情報の投票行動, **Informative Voting**) 会議のメンバーの投票戦略が情報的であるとは、

$$\pi^j(G | G) = 1, \pi^j(I | I) = 1$$

である。

なお、会議メンバーの戦略的投票行動を排除している為、本節の目的は情報を最も有効に利用できるメカニズムを明らかにすることである。

#### 3.1 最適メカニズム

期待利得  $E_{s,\sigma}[u(d, s, \bar{x}) | (\pi^1, \dots, \pi^n)]$  は

$$\begin{aligned} & - \sum_{\sigma} \left[ \sum_m (1 - d(m)) \lambda_2(\bar{x}) \pi(m | \sigma) \right] f(\sigma | G) g(G) \\ & - \sum_{\sigma} \left[ \sum_m d(m) \lambda_2(\bar{x}) \pi(m | \sigma) \right] f(\sigma | I) g(I) \end{aligned}$$

と表現できる。第 1, 2 項は、第 2 種過誤と第 1 種過誤の期待費用をそれぞれ表現している。もし、その被告人が有罪だった場合 ( $s = G$ ) に、無罪判決  $d(m) = 0$  を下すと、犯罪者を釈放してしまうという費用が発生する

(第1項)。同様に、第2項はその被告人が犯罪を犯していなかった場合 ( $s = I$ )、有罪判決  $d(m) = 1$  を下すことによる費用を表現している。なお、 $\bar{x}$  は設計者の選好を表している。

情動的投票行動の仮定の下ではすべてのメンバーが常に正しい情報を報告しているので、 $m = \sigma$  となる。つまり、メンバーから正直に申告された情報の組み合わせ  $\sigma = (\sigma^1, \dots, \sigma^n)$  に基づいて会議の設計者が、有罪の可否を判断していることと同値である。従って、以下のように表現できる。<sup>9</sup>

$$-\sum_{\sigma} (1 - d(\sigma)) \lambda_2(\bar{x}) f(\sigma | G) g(G) - \sum_{\sigma} d(\sigma) \lambda_2(\bar{x}) f(\sigma | I) g(I)$$

ここで、 $d(\sigma)$  が設計者の選択変数になるので、上の式を  $d$  について整理し、 $d$  に関係する部分のみを取り出すと、

$$\sum_{\sigma} d(\sigma) [\lambda_2(\bar{x}) f(\sigma | G) g(G) - \lambda_1(\bar{x}) f(\sigma | I) g(I)]$$

となる。この式から、設計者の利得を最大にする（つまり、エラーの期待費用を最小にする）意思決定ルールは次のようになる。<sup>10</sup>

**定理1.** 会議の設計者の選好を  $x = \bar{x}$  とし、会議のメンバーが正しい情報を会議の設計者に伝えたとしよう。この時、最適な決定ルールは、

$$d(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{f(\sigma|G)g(G)}{f(\sigma|I)g(I)} \geq \frac{\lambda_2(\bar{x})}{\lambda_1(\bar{x})} \\ 0 & \text{if } \frac{f(\sigma|G)g(G)}{f(\sigma|I)g(I)} < \frac{\lambda_2(\bar{x})}{\lambda_1(\bar{x})} \end{cases}$$

9 より厳密には、 $m = \sigma$  の時  $\pi(m | \sigma) = 1$ 、 $m \neq \sigma$  の時、 $\pi(m | \sigma) = 0$  を期待利得に代入することで求まる。

10 Pointwise maximization により、括弧の中の数字がゼロより大きい時、 $d(\sigma) = 1$  の選択が最適である。

となる。

この結果を理解するために、条件式を次のように変形しよう。

$$\frac{f(\sigma | G)g(G)}{f(\sigma | G)g(G) + f(\sigma | I)g(I)} \lambda_1(\bar{x}) \geq \frac{f(\sigma | I)g(I)}{f(\sigma | G)g(G) + f(\sigma | I)g(I)} \lambda_2(\bar{x})$$

右辺は、有罪  $d = 1$  を選択した場合、冤罪による期待費用であり、左辺は、有罪  $d = 0$  を選択した場合、犯罪者を無罪にしてしまった場合の期待費用になる。ここで、 $\frac{f(\sigma|G)g(G)}{f(\sigma|G)g(G)+f(\sigma|I)g(I)}$  と  $\frac{f(\sigma|I)g(I)}{f(\sigma|G)g(G)+f(\sigma|I)g(I)}$  は  $\sigma$  の情報を織り込んだ条件付き確率であり、被告人の犯罪行為の正確な情報を持っていないことが原因である。従って、有罪・無罪の判断は、有罪の尤もらしさ（尤度比）とそれぞれの費用の相対比によって  $d$  が選択される。

つまり、間違った意思決定を回避するためには、(1)  $\sigma$  が実現した時の  $G$  の尤もらしさ（尤度比  $f(\sigma | G)g(G)/f(\sigma | I)g(I)$ ）が大きいほど、(2) 誤って無罪としてしまった場合の費用  $\lambda_2(x)/\lambda_1(x)$  が大きいほど、有罪判決が最適になる。

### 3.2 閾値投票ルール

現実的な投票ルールが最適になるように、次のような仮定を導入しよう。但し、 $s$  が実現した時のメンバー  $j$  の私的情報の実現確率を  $f^j(\sigma^j | s)$  とする。

仮定 2. (独立性, *Independence*)  $f(\sigma | s) = f^1(\sigma^1 | s) \times \dots \times f^n(\sigma^n | s)$

仮定 3. (同質性, *Homogeneity*) すべての  $j, k$  について

$$f^j(\sigma^j | s) = f^k(\sigma^k | s)$$

この二つは、ゲームのタイミング 2 で情報獲得過程についての仮定であ

る。独立性は「それぞれのプレーヤーの情報ノイズに相関がない」ことを意味しており、能力一定の仮定は「プレーヤーの情報獲得能力が同一である」ことを意味している。記号を簡略化するために（すべてのプレーヤーにとって同一な）正しいシグナルが出現する確率  $f^j(G|G)$  と  $f^j(I|I)$  をそれぞれ  $p_G$ ,  $p_I$  とする。<sup>11</sup>

この仮定は2つの性質をもたらす。一つは、 $\sigma^j = G$  の個数が  $\sigma = (\sigma^1, \dots, \sigma^n)$  の十分統計量になっていることである。つまり、プレーヤーが獲得する情報の質に違いがないので、正しい状態を推測するために必要なのは、何人のプレーヤーが有罪のシグナルを受け取ったかである。したがって、有罪のシグナルを受け取った人数が  $k$  だとすると、一般性を失うことなく最適な決定ルールを  $d(k)$  に限定できる。

もう一つの性質は、 $\sigma^j = G$  の個数は二項分布に従うことである。二項分布では、尤度比は次のようになる。

$$L(n, k) \equiv \frac{g(G)p_G^k(1-p_G)^{n-k}}{g(I)(1-p_I)^k p_I^{n-k}}$$

この尤度比は次のような性質を持っている。

**補題 1.** 仮定 2, 3 が満たされるとしよう。以下の性質が成立する。

1.  $L(n, k)$  は  $k$  について単調増加関数。<sup>12</sup>
2.  $L(n, k)$  は  $n$  について単調減少関数。

証明. 尤度比の対数をとると、

<sup>11</sup> 前の仮定より、 $1 > p_G > 0$ ,  $1 > p_I > 0$  である。

<sup>12</sup> MLRP (Monotone Likelihood Ratio Property) と対応する。

$$\begin{aligned}
\ln L(n, k) &= \ln \frac{g(G)}{g(I)} + k \ln \frac{p_G}{1-p_I} + (n-k) \ln \frac{1-p_G}{p_I} \\
&= \ln \frac{g(G)}{g(I)} + n[\ln(1-p_G) - \ln p_I] + \\
&\quad k[\ln p_G - \ln(1-p_G) + \ln p_I - \ln(1-p_I)]
\end{aligned}$$

となる。  $p_I > 1/2$  かつ  $p_G > 1/2$  であるので、  $p_I > 1/2 > 1-p_G$ 。したがって、  $\ln(1-p_G) - \ln p_I < 0$  かつ  $\ln p_G - \ln(1-p_G) + \ln p_I - \ln(1-p_I) > 0$  が成立する。 Q. E. D

では、最適な決定ルールを考えよう。追加的な仮定の下では、会議設計者の期待利益は

$$\begin{aligned}
&E_s[u(d(k), s, \bar{x}) \mid (\pi_I^1, \dots, \pi_I^n)] \\
&= - \sum_{k \geq 0}^n \binom{n}{k} (g(G)(1-d(k))\lambda_2(\bar{x})(1-p_G)^{n-k}(p_G)^k \\
&\quad + g(I)d(k)\lambda_1(\bar{x})(1-p_I)^k(p_I)^{n-k})
\end{aligned}$$

となる。既述の通りの理由で意思決定ルールは  $k$  にのみ依存している。定理 1 と同様の計算によって、有罪判決  $d = 1$  が最適な必要十分条件は、

$$L(n, k) \geq \frac{\lambda_1(\bar{x})}{\lambda_2(\bar{x})} \tag{1}$$

となる。この条件は定理 1 と同様である。しかし、仮定 2, 3 を導入することで、「一定数以上のメンバーが  $G$  を観察した時に、有罪判決を下す」という現実的なルールが最適になる。

**命題 1.** 仮定 1, 2, 3 が満たされるとしよう。さらに、  $\lambda_1(\bar{x})/\lambda_2(\bar{x}) \geq$

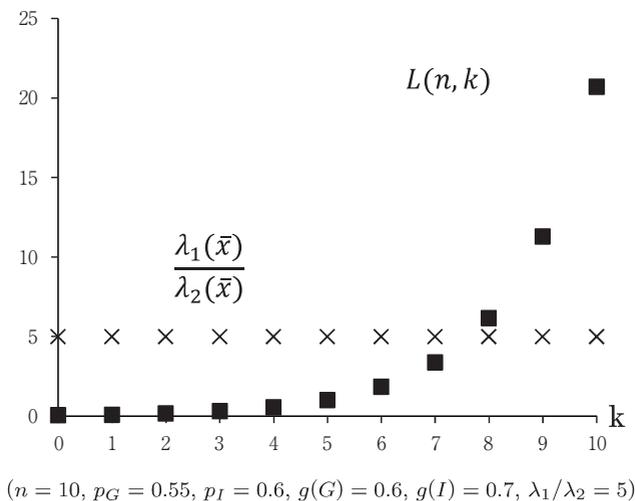


図1 最適決定ルール

$L(n, 0)$  かつ  $L(n, n) \geq \lambda_1(\bar{x})/\lambda_2(\bar{x})$  を仮定する。

1.  $L(n, k^*) \geq \lambda_1(\bar{x})/\lambda_2(\bar{x}) > L(n, k^* - 1)$  を満たす  $k^*$  が一つ存在する。
2. 最適な意思決定ルールは

$$d^*(k) = \begin{cases} 1 & \text{if } k \geq k^* \\ 0 & \text{if } k < k^* \end{cases}$$

である。

有罪・無罪の判断が有罪の尤もらしさと相対コストで決まることは既に述べた。ここでは、図1に基づいて、「一定数以上のメンバーが  $G$  を観察した時に、有罪判決を下す」ルールが最適になる理由を説明する。この図では、会議の参加メンバーが10人で、四角形が尤度比、バツ印が相対コストを表現している。有罪のシグナル  $G$  が多く出現すればするほど、その被告が有罪である尤もらしさが高いので、 $L(n, k)$  は  $k$  について単調増加関数である(補題1)。これに対して、相対的な損失は  $k$  の数にかかわらず一定である。

結果、この不等式が逆転する閾値  $k^*$  が存在して、それより大きい数のメンバーが  $G$  を観察した場合には、 $d = 1$  の選択が最適になっている。図 1 の例では、 $k^*$  は 8 人である。

なお、命題の仮定は、 $k^*$  が  $n \geq k^* \geq 0$  に存在するための条件である。例えば、もし、 $\lambda_1(\bar{x})/\lambda_2(\bar{x}) < L(n, 0)$  であった場合には、 $k^*$  は存在せず、すべての  $k$  について  $d = 1$  が最適になる。 $L(n, n) \geq \lambda_1(\bar{x})/\lambda_2(\bar{x})$  の時、常に  $d = 0$  が最適になる。もちろん、 $k^*$  をそのような形で定義しても良い。

ここまで、一般的な決定ルール  $d(k)$  について考え最適な  $k^*$  を求めた。では、この一般的な決定ルールと閾値投票ルールの関係はどのようになっているのだろうか。先の結果を使うと、 $r = k^*/n$  とした閾値投票ルールが最適になることがわかる。

系 1. 仮定 1, 2, 3 が満たされるとしよう。最適な決定ルール  $d^*(k)$  の結果は、 $r = k^*/n$  の時に閾値投票ルールによって達成することができる。

情動的投票行動の仮定の下では、 $G$  という情報を入手したメンバーは有罪に投票をする。有罪に投票をした人の人数は  $G$  という情報の個数と一致するので、有罪と判断する閾値を  $r = k^*/n$  とすると、有罪のシグナルが  $k^*$  以上の時に有罪の決定を行うことになる。これは、最適決定ルール  $d^*(k)$  と同様の結果をもたらす。

### 3.3 陪審定理

3.2 では、人数  $n$  を所与として最適な閾値投票ルールを考えたが、今度は任意の閾値投票ルール  $r$  を所与として、人数  $n$  を変化させることを考えよう。なお、以下では、仮定 1, 2, 3 が満たされるとする。

閾値投票ルール  $r$  を採用した場合の期待利得は、次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
& - \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = G \right) \lambda_2(\bar{x}) \\
& - \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = I \right) \lambda_1(\bar{x})
\end{aligned} \tag{2}$$

ここで、仮定 1, 2, 3 の下では、

$$\begin{aligned}
& \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = G \right) \\
& = \sum_{nr > k \geq 0} \binom{n}{k} g(G)(1 - p_G)^{n-k} (p_G)^k \\
& \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = I \right) \\
& = \sum_{k \geq nr} \binom{n}{k} g(I)(1 - p_I)^k (p_I)^{n-k}
\end{aligned}$$

となる。 $\text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = G \right)$  は、真の状態が  $G$  にもかかわらず、有罪 ( $d = 1$ ) に賛成した人の比率が既定の基準  $r$  以下である為、無罪  $d = 0$  が決定される確率を表現している。同様に、 $\text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = I \right)$  は、真の状態が  $I$  にもかかわらず、有罪 ( $d = 1$ ) に賛成した人の比率が既定の基準  $r$  を上回っている為、有罪  $d = 1$  が決定される確率である。

従って、会議の人数  $n$  を変化させると、この二つの確率を通じて期待利得を変化させる。では、 $n$  が増えるとどのように変化するのだろうか。この問題に答えるために次の仮定を導入する。

**仮定 4.**  $p_G > r$  かつ  $p_I > r$

次の結果は Condorcet Jury Theorem として知られているもので、 $n$  を大きくすればするほど会議設計者の利得は改善することを示している。<sup>13</sup>

13 通常、Condorcet Jury 定理は次の結果を含む。↗

定理 2. (陪審定理, Classic Condorcet Jury Theorem) 仮定 1, 2, 3, 4 が満たされるとしよう。

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = G \right) &= 1 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = I \right) &= 1 \end{aligned}$$

証明.  $s = I$  の時も同様に示せるため, 真の状態  $s$  が  $G$  の時のみ証明をする。シグナル  $G$  の数 ( $\#\{j \mid m^j = G\}$ ) の表現を簡単にするため,  $\sigma^j = G$  の時  $X_j = 1$ ,  $\sigma^j = I$  の時  $X_j = 0$  となる確率変数  $X_j$  を考えよう。  $X_j$  は確率  $p_G$  で  $X_j = 1$ , 確率  $1 - p_G$  で  $X_j = 0$  のベルヌーイ分布である。  $\#\{j \mid m^j = G\}$  を  $X_j$  を使って表現すると,  $S_n \equiv \#\{j \mid m^j = G\} = \sum_j^n X_j$  となる。  $X_j$  はベルヌーイ分布であるので,  $S_n$  は, 平均  $\mu = np_G$ , 分散  $\text{var}(S_n) = n(1 - p_G)p_G$  の二項分布である。

以下では,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob} \left( \frac{S_n}{n} \geq r \mid s = G \right) = 1$  を示す。確率を変形すると

$$\begin{aligned} \text{Prob} \left( \frac{S_n}{n} \geq r \mid s = G \right) &= \text{Prob} \left( \frac{S_n}{n} - p_G > r - p_G \mid s = G \right) \\ &= \text{Prob} \left( p_G - \frac{S_n}{n} \leq p_G - r \mid s = G \right) \\ &\geq \text{Prob} \left( \left| p_G - \frac{S_n}{n} \right| \leq p_G - r \mid s = G \right) \end{aligned}$$

最後の不等式は事象が減っていることから求まる。  $p_G - r > 0$  より,  $\left| p - \frac{S_n}{n} \right| \leq p_G - r$  は,  $-(p_G - r) \leq p_G - \frac{S_n}{n} \leq p_G - r$  である。両辺を  $n$  で

---


$$\begin{aligned} \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = G \right) &> p_G, \\ \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = I \right) &> p_I \end{aligned}$$

掛けて、分散を変形した  $n = \sqrt{\frac{n}{(1-p)p} \text{var}(S_n)}$  を使うと、

$$\begin{aligned} & \text{Prob}(|S_n - np| < (p_G - r)n \mid s = G) \\ &= \text{Prob}\left(|S_n - \mu| < (p_G - r)\sqrt{\frac{n}{(1-p_G)p_G} \text{var}(S_n)} \mid s = G\right) \end{aligned}$$

Chebyshev の不等式を使うと、すべての式について

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\left(|S_n - \mu| < (p_G - r)\sqrt{\frac{n}{(1-p_G)p_G} \text{var}(S_n)} \mid s = G\right) \\ & \geq 1 - \frac{(1-p_G)p_G}{(p_G - r)^2 n} \end{aligned}$$

従って、任意の  $n$  に対して

$$\text{Prob}\left(\frac{S_n}{n} \geq r \mid s = G\right) \geq 1 - \frac{(1-p_G)p_G}{(p_G - r)^2 n}$$

極限をとると

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Prob}\left(\frac{S_n}{n} \geq r \mid s = G\right) \geq \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{(1-p_G)p_G}{(p_G - r)^2 n}\right) = 1$$

Q. E. D

この結果、 $n$  を増やしていくと、真の状態をほぼ完全に対応した決定が下せる。なぜなら、会議サイズを大きくすると、より正確な情報を入手できるため、誤った決定を下す可能性はほとんどなくなるからである（大数の法則）。実際、

$$\begin{aligned}
& \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = G \right) = 1 - \text{Prob} \left( \frac{S_n}{n} \geq r \mid s = G \right) \\
& \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} \geq r \mid s = I \right) \\
& = 1 - \text{Prob} \left( \frac{\#\{j \mid m^j = G\}}{n} < r \mid s = I \right)
\end{aligned}$$

であるので、 $n$ を無限に大きくすると、デザイナーの期待利得は0に近づいていく(式(2)を参照)。よって、会議サイズは大きければ大きいほど望ましい。

仮定4の意味を考えるために、すべてのメンバーが合意しないと有罪をさせない全会一致ルールの場合を考えよう( $r = 1$ )。 $r > p_G$ と $r > p_I$ が成立しているため、仮定4は常に満たされていない。この場合、会議サイズが大きくなると誰かが無罪のシグナルを受け取っている確率は高くなるので陪審定理は成立しなくなる。メンバーの誰かが無実のシグナル $I$ を受け取っている確率は $1 - p_G^n$ であり、 $1 > p_G$ であるので、 $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - p_G^n = 1$ となる。従って、閾値がシグナルの精度( $p_G$ と $p_I$ )より小さくなる必要がある。

この陪審定理は様々な方向から活発に研究が進められているが、ここでは仮定3と2に関する研究を紹介する。一つの方法は、メンバーが同質であるとの仮定3を緩和し、メンバーによって情報の精度が異なる場合を考えるものである(Grofman et al., 1983; Nitzan and Paroush, 1984; Boland, 1989; Paroush, 1998; Berend and Paroush, 1998)。これらの研究は、メンバーによって情報を入手できる能力が違うことを想定し、追加的な仮定の下で陪審定理が成立することを示した。

また、独立性の仮定2を緩和する研究もある。(i)メンバー間の共通の情報、(ii)コミュニケーションの存在、(iii)考え方の違いがある場合には、独立性が一般的には満たされないからである(Ladha, 1992)。そのため、メ

ンバーの情報が相関している場合に、CJTが維持されるかどうかを検討されている (Nitzan and Paroush, 1984; Boland, 1989; Boland et al., 1989; Ladha, 1992; Berg, 1993; Ladha, 1993; Ladha, 1995; Berend and Sapir, 2007; Kaniovski, 2010; Kaniovski and Zaigraev, Forthcoming)。

### 3.4 まとめ

本節では、情動的投票行動を仮定し、最適な会議のデザインを考えてきた。まず、会議サイズを所与とした場合、最適な決定ルールを明らかにした。最適な決定ルールは、尤度比と相対的成本に依存しており、独立性と同質性の仮定の下では、閾値投票ルールが最適になることを示した。次に、閾値投票ルールを所与としたとき、最適な会議サイズを検討した。この場合、多くのメンバーが集まると、多くの情報がその会議に集まってくるので、会議サイズは大きいほど望ましいという結果になる。つまり、最適な会議サイズは無限大となってしまうのである。

この結果は情報の集約という会議の基本的役割を明示している一方で、三つの問題がある。一つは、他のメンバーの行動を考えて自身の投票を変えるという戦略的行動が排除されている点である。二つ目は、メンバーが情報を保有しているとの想定である。最後の問題は、最適な会議サイズを議論できないことである。本節では多くのメンバーが集まると、多くの情報がその会議に集まってくるので、会議サイズは大きいほど望ましいという結果になる。しかし、審議会や会社の会議をはじめとして実際の会議ではそのような大規模なものは必ずしも多くない。従って、大人数による会議の費用を明示的に導入する必要がある。

次節では、二つ目の問題はひとまずおいて、一つ目の問題—メンバーの戦略的行動—を考慮し、最適なデザインを再検討する。

## 参考文献

- D. Berend and J. Paroush. When is condorcet's jury theorem valid? *Social Choice and Welfare*, 15(4): 481-488, 1998.
- D. Berend and L. Sapir. Monotonicity in condorcet's jury theorem with dependent voters. *Social Choice and Welfare*, 28(3): 507-528, 2007.
- S. Berg. Condorcet's theory of voting. *Social Choice and Welfare*, 10(1): 87-95, 1993.
- D. Black. *The Theory of Committees and Election*. Cambridge University Press, Cambridge, 1958.
- P. J. Boland. Majority systems and the condorcet jury theorem. *The Statistician*, 38(3): 181-189, 1989.
- P. J. Boland, F. Proschan, and Y. L. Tong. Modelling dependence in simple and indirect majority systems. *Journal of Applied Probability*, 26(1): 81-88, 1989.
- S. J. Brams and P. C. Fishburn. Voting procedures. In K. Arrow, A. Sen, and K. Suzumura, editors, *Handbook of Social Choice and Welfare, vol.1*, pages 173-236. Elsevier Science, Amsterdam, 2002.
- M. de Condorcet. An essay on the application of analysis to the probability of decisions rendered by a plurality of voters. In I. Mclean and A. Urken, translators, *Classics of Social Choice*. 1995 (1785).
- K. Gerling, H. P. Grunera, A. Kiel, and E. Schulte. Information acquisition and decision making in committees: A survey. *European Journal of Political Economy*, 21(3): 563-597, 2005.
- T. W. Gilligan and K. Krehbiel. Collective decisionmaking and standing committees: an informational rationale for restrictive amendment procedure. *Journal of Law, Economics and Organization*, 3(2): 287-335, 1987.
- B. Grofman, G. Owen, and S. L. Feld. Thirteen theorems in search of the truth. *Theory and Decision*, 15(3): 261-278, 1983.
- S. Kaniowski. Aggregation of correlated votes and condorcet's jury theorem. *Theory and Decision*, 69(3): 453-468, 2010.
- S. Kaniowski and A. Zaigraev. Bounds on the competence of a homogeneous jury. *Theory and Decision*, Forthcoming.
- K. K. Ladha. The condorcet jury theorem, free speech, and correlated votes. *American Journal of Political Science*, 36(3): 617-634, 1992.
- K. K. Ladha. Condorcet's jury theorem in light of de finetti's theorem. *Social Choice and Welfare*, 10(1): 69-85, 1993.
- K. K. Ladha. Information pooling through majority-rule voting: Condorcet's jury

- theorem with correlated votes. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 26(3): 353-372, 1995.
- H. Li and W. Suen. Decision-making in committees. *Canadian Journal of Economics*, 42:359-392, 2009.
- S. Nitzan and J. Paroush. The significance of independent decisions in uncertain dichotomous choice situations. *Theory and Decision*, 17(1): 47-60, 1984.
- J. Paroush. Stay away from fair coins: A condorcet jury theorem. *Social Choice and Welfare*, 15(1): 15-20, 1998.
- 伊藤秀史『契約の経済理論』有斐閣, 2003年
- 江頭憲治郎『株式会社法 (第3版)』有斐閣, 2009年
- 平田光弘「日本における取締役会改革」*東洋大学経営論集*, 58:159-178, 2003.
- 森田果「集合的意思決定と法—会社法を中心に—」*日本銀行金融研究所ディスカッションペーパーシリーズ*, 2011-J-8, 2011.